

Ecken des gefärbten Oktaeders (Bild links, b) die Farbfolge schwarz, weiß, weiß, weiß, und beim gefärbten Tetraeder kommen sogar zwei verschiedene Farbfolgen vor. Daher können wir jetzt zwar alle verallgemeinerten Fußbälle mit $n=2$ beschreiben: Sie sind verzweigte Überlagerungen abgestumpfter platonischer Körper. Doch verfügen wir über kein einfaches Verfahren, das sämtliche verallgemeinerten Fußbälle mit $n > 2$ hervorbringt.

Coda

Sie werden es schon geahnt haben: Das Ziel unserer Überlegungen war nicht in erster Linie die Konstruktion von Bällen, die man gut treten kann. Von unserem Standpunkt aus sind unter anderen die Fußbälle besonders interessant, mit denen man gar nicht richtig spielen kann: Sie haben die Form eines Torus, einer Brezel oder einer Oberfläche mit noch mehr Löchern. Denn jede dieser Flächen ist – in einem etwas verallgemeinerten Sinn – eine verzweigte Überlagerung der Kugeloberfläche. Unsere Konstruktionen für Fußballmuster lassen sich also auf diese Flächen übertragen. Dies ist nur ein sehr einfaches Beispiel für die engen Beziehungen zwischen Graphen auf Flächen und verzweigten Überlagerungen, die in der modernen algebraischen Geometrie eine wesentliche Rolle spielen. Aber das ist eine andere Geschichte. ◁



Dieter Kotschick ist Professor für Mathematik und Inhaber des Lehrstuhls für Differentialgeometrie an der Universität München.

Dieser Artikel basiert auf dem Artikel »The topology and combinatorics of soccer balls«, der gleichzeitig in der Zeitschrift »American Scientist« erscheint. Der Autor bedankt sich bei Volker Braungardt und Allyn Jackson für ihre Unterstützung.

Bundeswettbewerb Mathematik. Aufgaben und Lösungen 1983–1987. Klett, Stuttgart 1988

The classification of football patterns. Von Dieter Kotschick und Volker Braungardt. Preprint, online unter <http://129.187.111.185/~dieter/football.pdf>

A constructive enumeration of fullerenes. Von D. Brinkmann und A. Dress in: Journal of Algorithms, Bd. 23, S. 345, 1997

Regular polytopes. Von H. S. M. Coxeter. Dover, New York 1973

Weblinks zu diesem Thema finden Sie bei www.spektrum.de unter »Inhaltsverzeichnis«.

PREISRÄTSEL

Randen- und Radieschenprimzahlen

Von Willi Botta

Schneidet man eine Rande – auch Rote Rübe genannt – in Stücke, so ist jede Schnittfläche so rot wie die ganze Rande. Bei einem Radieschen hingegen ist nur die äußere Haut rot, die Schnittflächen sind weiß.

Dementsprechend nennen wir eine im Dezimalsystem geschriebene Primzahl eine Randenprimzahl, wenn jede ihrer aus zusammenhängenden Ziffern gebildete ein- oder mehrstellige Teilzahl wiederum eine Primzahl (oder 1) ist. So ist beispielsweise 173 eine Randenprimzahl, weil alle ihre Teilzahlen 1, 7, 3, 17 und 73 obige Bedingung erfüllen.

Im Gegensatz dazu ist 60649 eine Radieschenprimzahl, denn die ganze Zahl

ist zwar prim, aber alle Teilzahlen 6, 60, 606, 6064, 64, 649, 4, 49 und 9 sind zusammengesetzt.

Wie heißt die kleinste Radieschenprimzahl, und welches ist die größte Randenprimzahl?

Schicken Sie Ihre Lösung in einem frankierten Brief oder auf einer Postkarte an Spektrum der Wissenschaft, Leserservice, Postfach 104840, D-69038 Heidelberg.

Unter den Einsendern der richtigen Lösung verlosen wir drei Jahrgangs-CD-ROMs Spektrum 2005. Der Rechtsweg ist ausgeschlossen. Es werden alle Lösungen berücksichtigt, die bis Dienstag, 11. 7. 2006, eingehen.

Lösungen zu »Winzers Erbe« (Mai 2006)

Unter den fünf Kindern sind 45 Fässer verschiedenen Füllungsgrades zu verteilen. Wir messen den Inhalt jedes Fasses in Viertelfasseinheiten (VFE) und bezeichnen jedes Fass mit der Zahl (0, 1, 2, 3 oder 4), die den Füllungsgrad in VFE angibt.

Jedes Kind soll mindestens ein Fass von jedem Füllungsgrad bekommen. Durch diese Bedingung sind 25 Fässer bereits verteilt: Jedes Kind bekommt fünf Fässer mit zusammen 10 VFE Inhalt.

Nur die restlichen 20 Fässer sind noch so aufzuteilen, dass jedes Kind genau vier Fässer mit insgesamt 8 VFE bekommt.

Es gibt folgende Möglichkeiten, aus vier Fässern 8 VFE zusammenzustellen:

- A: 4 + 4 + 0 + 0
- B: 4 + 3 + 1 + 0
- C: 4 + 2 + 2 + 0
- D: 4 + 2 + 1 + 1
- E: 3 + 3 + 2 + 0
- F: 3 + 3 + 1 + 1
- G: 3 + 2 + 2 + 1
- H: 2 + 2 + 2 + 2

Aus diesen acht Möglichkeiten A bis H sind jetzt fünf derart auszuwählen, dass von jedem Füllungsgrad vier Fässer verwendet werden.

Damit die vier vollen Fässer ihren Abnehmer finden, muss ein Kind das Sortiment A bekommen; um die beiden restlichen vollen Fässer unterzubringen, stehen die Kombinationen B/C, B/D und C/D zur Verfügung.

Zu jeder dieser Möglichkeiten müssen noch zwei der vier Sortimente E, F, G, H ausgewählt werden. H scheidet in jedem Fall aus, da wir bereits mindestens ein halbvolleres Fass verteilt haben.

Zu C/D passen nur noch E und F, da sonst nicht alle zu drei Vierteln gefüllten Fässer verteilt würden. Bei B/C sind schon alle leeren Fässer verteilt, was F/G erzwingt. Bei B/D sind drei der zu einem Viertel gefüllten Fässer verteilt, also bleibt nur E/G.

Insgesamt erhält man also folgende drei Lösungen für die Verteilung der Fässer auf die fünf Kinder: A/B/C/F/G, A/B/D/E/G und A/C/D/E/F. Dazu bekommt jedes Kind, wie oben erwähnt, noch ein Fass von jedem Füllungsgrad.

Die Gewinner der drei T-Shirts »Pioneer 11« sind Valentin Kreh, Nürnberg; Maresa Lehmann, Homburg und Henning Schulze, Karlsruhe.

Lust auf noch mehr Rätsel? Unser Wissenschaftsportal [wissenschaft-online](http://www.wissenschaft-online.de) (www.wissenschaft-online.de) bietet Ihnen unter dem Fachgebiet »Mathematik« jeden Monat eine neue mathematische Knebeli.