REINHARD SELTEN UND ROSEMARIE NAGEL

Das Zahlenwahlspiel – Ergebnisse und Hintergrund

Ein Experiment unter den Lesern dieser Zeitschrift mit spieltheoretischem Charakter verdeutlicht Methodik und Ergebnisse der experimentellen Wirtschaftsforschung.

In der November-Ausgabe 1997 lud Spektrum der Wissenschaft die Leser dazu ein, eine beliebige Zahl zwischen 0 und 100 einschließlich einzusenden – möglichst mit kurzer Begründung für die Wahl. Wer mit seiner Einsendung zwei Dritteln des Durchschnitts aller genannten Zahlen am nächsten käme, sollte einen Preis in Höhe von 1000 DM erhalten.

Das Spiel ist in dieser und ähnlicher Form bereits im Rahmen mehrerer Experimente durchgeführt und das Ergebnis analysiert worden – erstmals 1995 durch eine von uns (Rosemarie Nagel) mit Studenten („American Economic Review", Band 85, Seiten 1013 bis 1026). Öffentliche Leserwettbewerbe in Wirtschaftszeitungen veranstalteten im Juni letzten Jahrens Richard Thaler von der Universität Chicago in Großbritannien („Financial Times") und Antoni Bosch sowie eine von uns (Rosemarie Nagel) in Spanien („Expansión"). In der britischen Ausschreibung waren allerdings nur ganze Zahlen zugelassen, und in der spanischen ging der Zahlenbereich von 1 bis 100.

Am Zahlenwahlspiel in Spektrum der Wissenschaft nahmen 2728 Leser teil. Die Häufigkeitsverteilung der gewählten Zahlen zeigt große Ähnlichkeiten zu den Ergebnissen der anderen Wettbewerbe (Bild). Der gerundete Durchschnitt aller Einsendungen beträgt 22,08, und zwei Drittel davon sind 14,72. Holger Schankin aus Rostock lag mit seiner Zahl 14,7, die er „frei nach Schnauze gewählt" hatte, am dichtesten an diesem Wert. Herzlichen Glückwunsch!

Die eingesandten Kommentare geben einen guten Einblick in die höchst unterschiedlichen Motive für die Zahlwahl. Manche Leser machten gar nicht erst den Versuch, durch rationale Analyse die mutmaßliche Gewinnzahl zu ermitteln. Sie wählten Geburtstage oder Lieblingszahlen oder solche mit einer persönlichen oder magischen Bedeutung. Daß wir das Spiel bei der Ausschreibung in die Form eines „Haarlängen-Schönheitswettbewerbs" gekleidet hatten, hinterließ gleichfalls Spuren. So schrieb Michael Martin aus Heidelberg: „Wer ist die Schönste im ganzen Land? Natürlich die Frau, mit der Mann zusammenlebt! Also maß ich ihre längsten Haare."

Andere Leser stellten sehr einfache Überlegungen an. So wählten viele 33,333..., weil dies zwei Dritteln des Durchschnitts aller Zahlen zwischen 0 und 100 entspreche. Prof. Dietrich Nies aus Halle wiederum rechnete damit, daß die meisten Leser diesem simplen Denkschema folgen würden und entschied sich folglich für zwei Drittel von 33, nämlich 22. Auch er stand mit seiner Analyse aber offenbar nicht allein; denn außer der 33 ist die 22 gleichfalls besonders häufig vertreten (Bild).

Was sagt die Theorie?

Der Leserwettbewerb generiert eine Situation, wie sie in der Spieltheorie untersucht wird. Dabei geht es um die mathematische Beschreibung und Analyse des Verhaltens von Personen, die in Entscheidungssituationen den erwarteten Nutzen streng logisch maximieren. Die Spieltheorie zielte anfangs auf Anwendungen in den Wirtschaftswissenschaften, wo man üblicherweise unterstellt, daß das menschliche Handeln in finanziellen Dingen stark rational geprägt sei. Diese Rationalität impliziert, daß der jeweilige Nutzen der verschiedenen Ergebnisse mit den objektiven oder auch subjektiven Wahrscheinlichkeiten gewichtet wird, mit denen sie zu erwarten sind – man spricht vom zu maximierenden Erwartungsnutzen. Aus plausiblen Konsistenzaxiomen folgt, daß ein rationales Individuum eine Nutzenfunktion und von den Entscheidungsalternativen abhängige subjektive Wahrscheinlichkeiten über die Ergebnisse haben muß. Dabei geht man in der Spieltheorie meist zusätzlich davon aus, daß die Rationalität aller Beteiligten gemeinsames Wissen ist: Alle handeln rational; alle wissen, daß alle rational handeln; alle wissen, daß alle wissen, daß alle rational handeln – und so weiter.

Wie gestaltet sich die Analyse unseres Spiels unter diesen starken Rationalitätsannahmen? Zentrale Bedeutung hat dabei das Konzept des spieltheoretischen Gleichgewichts. Grob gesprochen versteht man darunter eine allgemeine Verhaltensempfehlung, von der es sich für einen einzelnen nicht abzuweichen lohnt, sofern alle anderen Beteiligten sie befolgen. Dies trifft in unserem Spiel nur auf die Null zu: Falls alle Null wählen, ist es unvorteilhaft, sich als einziger für eine größere Zahl zu entscheiden. Im spanischen Leserwettbewerb war entsprechend 1 als kleinste zugelassene Zahl die Gleichgewichtslösung. Im Financial-Times-Experiment, bei dem nur ganze Zahlen von 0 bis 100 erlaubt waren, gab es dagegen zwei gleichgewichtige Empfehlungen: die Eins oder die Null.

Tatsächlich haben 84 Einsender des Spektrum-Wettbewerbs (3 Prozent) genau null gewählt und teils Begründungen dafür abgegeben, die einer spieltheoretischen Argumentation nahekommen. So schreibt etwa Jürgen Schreurs aus Köln: „... unterstellt man, daß jeder das Maximum 100 einsenden würde, wäre die Zielzahl $66^2/_3$ – da jeder um die Regeln weiß, sollte jeder $66^2/_3$ als Zahl wählen. Dann aber wäre die Zielzahl zwei Drittel von $66^2/_3$, also rund 44,4. Auch diese Schlußfolgerung kann jeder ziehen und sollte dann die Wahl weiter reduzieren. Je weiter diese Kette durchgespielt wird, desto kleiner wird die Wahl und desto kleiner wird die Zielzahl. Egal, mit welchem Durchschnitt begonnen wird, wird die Zielzahl immer gegen null gehen."

Diese Überlegung ähnelt einem spieltheoretischen Verfahren, das als wiederholte Elimination dominierter Strategien bekannt ist. In unserem Falle ist eine dominierte Strategie eine Zahl x, die unter allen Umständen weiter von $^2/_3$ des Durchschnitts entfernt ist als eine andere Zahl y. So werden alle Zahlen, die größer als $66^2/_3$ sind, von $66^2/_3$ dominiert, und zwar unabhängig von der Teilnehmerzahl. Entfernt man diese dominierten Strategien, ergibt sich ein neues Spiel – in unserem Falle mit einem verkleinerten Zahlenbereich zwischen 0 und $66^2/_3$. Auch darin lassen sich wiederum dominierte Strategien ausmachen und

eliminieren. Dieser Prozeß kann unendlich fortgesetzt werden, bis schließlich jede positive Zahl ausgeschieden ist und nur noch die Null übrigbleibt.

Sollte man der Theorie folgen?

Nun zeigt das Ergebnis des Spektrum-Wettbewerbs allerdings, daß die Null keineswegs eine gewinnträchtige Wahl darstellte. Offenbar waren die starken Rationalitätsannahmen der klassischen Spieltheorie also nicht erfüllt. Viele Einsender vollzogen nicht einmal die ersten Schritte einer rationalen Analyse nach oder blieben auf halbem Wege stehen. Kluge Teilnehmer haben dies bei der Wahl der eigenen Strategie berücksichtigt. Etliche legten zunächst die rationale Lösung dar und äußerten dann die richtige Vermutung, daß wohl nicht alle so weit dächten; allerdings unterschätzten sie meist das Ausmaß der Abweichung von der vollen Rationalität bei den Mitspielern. Von den Schreibern jener 158 Kommentare, in denen das Wort „Null" vorkommt und das Gleichgewicht erkannt wird, wählten 77 Prozent Zahlen unter 10; von allen 2728 Einsendern entschieden sich jedoch nur 35 Prozent für so kleine Werte. Offensichtlich überschätzen Menschen das Ausmaß, in dem andere ihnen ähneln – ein Phänomen, das in der Psychologie unter der Bezeichnung „falscher Konsens" bekannt ist.

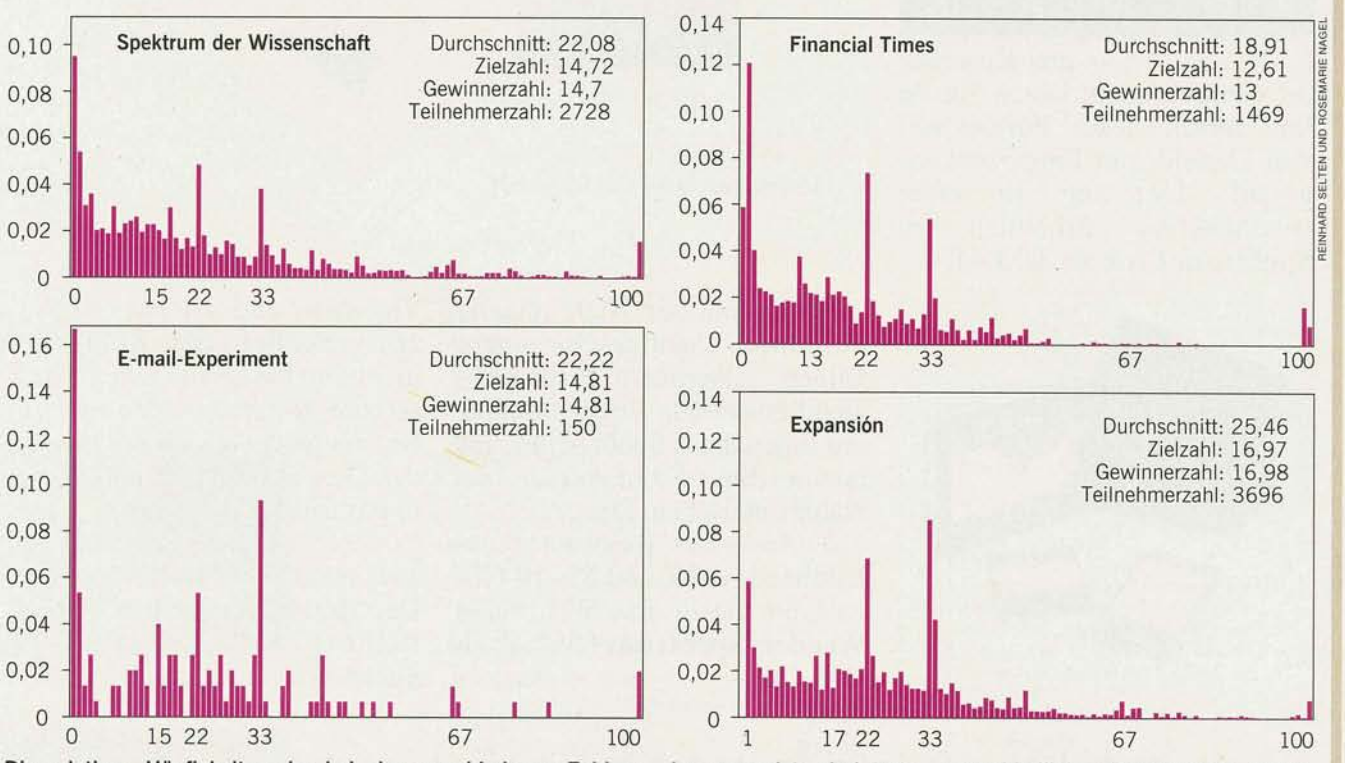
Die Entscheidung für eine Zahl über Null wird oft auch damit begründet, daß vermutlich einige Einsender mit 100 den Durchschnitt anheben würden. In der Tat sieht man in den Häufigkeitsverteilungen aller Wettbewerbe bei 100 ein kleines Maximum. Bei der Ausschreibung in „Expansión" forderte ein Teilnehmer, der selbst 25 wählte, 27 Freunde über e-mail ohne weitere Erklärungen auf, die 100 einzusenden und seine Nachricht an Bekannte weiterzuschicken. Während einige der Angeschriebenen der Aufforderung folgten, informierte einer die Organisatoren über den Manipulationsversuch. Auch im Spektrum-Wettbewerb gab es Vergleichbares: So schickten die Großeltern und Eltern Kennel aus Kranzberg die 100 ein, „um zumindest manche der ‚scheinbar rationalen' Spieler, die knapp über null wählen sollten, ein wenig ärgern zu können und um unserer Tochter eine vielleicht etwas höhere Gewinnchance zu ermöglichen". Deren Zahl lag mit 5,5 allerdings deutlich zu niedrig.

Wie sollte man nun an das Problem herangehen? Auf eine gewitzte Idee kam unter anderem eine Gruppe von Experimentalphysikern. Einer von ihnen schrieb: „Wir haben beschlossen, daß wir keine wirklich vernünftigen Anhaltspunkte haben. Also frönten wir unserem Götzen, der Empirie, indem wir das Spiel auf die Schnelle mit knapp 50 Personen aus unserem Bekanntenkreis durchgeführt haben." Ihr Tip war mit 15,768361 recht dicht am tatsächlichen Ergebnis.

Insgesamt gaben 21 Teilnehmer an, das Spiel durch Umfragen auf Parties, in Schulklassen, im Kollegenkreis oder in Vorlesungen simuliert zu haben: Neun von ihnen (43 Prozent) wählten eine Zahl zwischen 12 und 17, dem kleinsten ganzzahlig abgegrenzten Intervall, das die Zielzahlen aller drei Zeitungsexperimente einschließt; dagegen entschieden sich nur 14 Prozent der Gesamtpopulation für eine Zahl aus diesem Bereich.

Über die aufwendigste Umfrage berichtet Informatikstudent Niklas Matthies aus Saarbrücken. Nach einigen „frustrierenden" Überlegungen hatte er einen „Geistesblitz":

„Wie es ja naheliegt, habe ich meinen Wettbewerb im Internet veranstaltet, und zwar durch Ankündigung in diversen deutschen und englischen wissenschaftlichen Newsgruppen, und die Einsendungen per e-mail gesammelt. Einziger Unterschied..., daß ich das Intervall [0,1] statt [0,100] gewählt habe, was mir na-



Die relativen Häufigkeiten der bei vier verschiedenen Zahlenwahlspielen eingesandten Werte, hier durchweg auf ganze Zahlen gerundet, sind trotz unterschiedlicher Bedingungen (siehe Haupttext) und Teilnehmerzahlen einander sehr ähnlich.

(Seiten 18, 19 und 20: Beihefter und Anzeige)

Der handliche „Wörterbuch"-Stift **Quicktionary** scannt gedruckte Wörter ein und übersetzt sie vom Englischen ins Deutsche und umgekehrt. Er beinhaltet pro Sprachrichtung 28 000 Stichwörter mit ihren verbundenen Formen. So erkennt er pro Sprachrichtung 270 000 Wörter. Die elektronische Datenbank **EuroPlanner** für Namen, Termine, Währungsrechnung und Zeitplanung ist die ideale Ergänzung Ihres klassischen Ringbuchplaners zum Einheften.
Sie erhalten beide Produkte im Kombi-Pack für DM 298,– im Spektrum Club.

Standfigur von Albert Einstein (160 cm, stabiler Karton); **Spektrum Club Preis DM 69,–.**

Spektrum Servicenummern

Wenn Sie Fragen zu unseren Angeboten haben, können Sie uns jederzeit unter folgenden Nummern erreichen:

Telefon: (0 62 21) 50 47 47
Telefax: (0 62 21) 50 47 51
e-mail:marketing@spektrum.com
CompuServe: 100342,2416
http://www.spektrum.de

Spektrum
DER WISSENSCHAFT

türlicher erscheint... Bis zu meinem Einsendeschluß habe ich nun 150 Einsendungen erhalten, deren Zielzahl bei 0,1481488697 liegt. Meine Einsendung für Ihren Wettbewerb habe ich etwas niedriger gewählt, da ich die Leserschaft von SdW etwas intelligenter einschätze als die meines Wettbewerbs." Seine Zahl ist (gerundet) 14,19 und liegt damit an 71. Stelle, also unter den besten 3 Prozent; hätte er sie nicht erniedrigt, wäre er sogar auf den 10. Platz gekommen. Auch die Häufigkeitsverteilung dieses e-mail-Spiels ist trotz der geringeren Teilnehmerzahl und eines Preisgeldes von nur 30 DM denen der großen Wettbewerbe sehr ähnlich (Bild auf Seite 17).

Insgesamt bleibt festzustellen, daß es nicht empfehlenswert ist, blindlings abstrakten spieltheoretischen Lösungen zu vertrauen. Man kann eben nicht sicher sein, daß andere die Situation genauso scharf analysieren wie man selbst. Beim menschlichen Verhalten führt ein rein theoretischer Zugang häufig in die Irre.

Bezüge zur Ökonomie

Auch wer erfolgreich an der Börse spekulieren will, darf sich nicht nur an den Fundamentalwerten der Aktien orientieren, sondern muß sich zugleich Gedanken über das Verhalten der anderen Marktteilnehmer machen. Kurse können steigen, bloß weil alle glauben, daß sie das tun werden, und deshalb Aktien kaufen. So schrieb der Brite John M. Keynes (1883 bis 1946), einer der einflußreichsten Ökonomen dieses Jahrhunderts, 1936 in seinem Hauptwerk „Die allgemeine Theorie der Beschäftigung, des Zinses und des Geldes":

„Professionelle Geldanlage läßt sich mit Zeitungswettbewerben vergleichen, bei denen unter 100 abgebildeten Gesichtern die sechs schönsten auszuwählen sind, wobei der Preis an denjenigen geht, dessen Auswahl der durchschnittlichen Präferenz aller Teilnehmer am nächsten kommt; deshalb darf man nicht solche Gesichter benennen, die man selbst am schönsten findet, sondern diejenigen, von denen man glaubt, daß sie bei den anderen Teilnehmern, die alle das Problem aus demselben Blickwinkel betrachten, am ehesten Gefallen finden. Unter diesen Voraussetzungen werden also nicht etwa diejenigen gewählt, die nach Einschätzung des jeweiligen Teilnehmers wirklich die schönsten sind, und nicht einmal diejenigen, die die Durchschnittsmeinung tatsächlich für die schönsten hält. Wir haben den dritten Grad erreicht, in dem wir unsere Intelligenz anstrengen, zu antizipieren, was nach der Durchschnittsmeinung zu erwarten ist. Und es gibt manche, glaube ich, die den vierten, fünften oder einen noch höheren Grad anwenden."

Übertragen auf unser Spiel, wäre der erste Grad eine Zahl nach persönlichen oder außerhalb der Regeln liegenden Gesichtspunkten. Der zweite Grad bestünde darin, daß man von den anderen dieses Verhalten erwartet und annimmt, daß unter diesen Umständen eine Zufallsverteilung zustande komme, bei der jede Zahl mit gleicher Wahrscheinlichkeit gewählt wird. Dann ist der Durchschnitt 50 und die eigene Wahl 33,33. Beim dritten Grad unterstellt man den anderen ein Verhalten gemäß den Überlegungen zweiten Grades, was 22,22 ergibt.

Tatsächlich ähnelt das Zahlenwahlspiel seiner Struktur nach vielen ökonomischen Interaktionssituationen. Man denke etwa an einen Spekulanten, der versucht, in einer Hausse eher aus der Börse auszusteigen als die Masse der anderen, aber auch nicht zu früh. Unser Experiment vermittelt einen Eindruck von der Schwierigkeit dieser Aufgabe.

Das ökonomische Verhalten von Versuchspersonen in Laboratoriumsexperimenten zu beobachten und auszuwerten, hat sich die experimentelle Wirtschaftsforschung zum Ziel gesetzt. Die Methoden dieses jungen, aber aufstrebenden Zweigs der Wirtschaftswissenschaften ähneln denen der experimentellen Psychologie. Vielfach benutzt man computerisierte Labors, in denen die Probanden an Terminals sitzen und anonym interagieren. Sie werden vor ökonomische Entscheidungssituationen gestellt und erhalten erfolgsabhängige Geldzahlungen.

Die Analyse der experimentellen Daten zeigt auf, wo die Theorie das tatsächliche Verhalten nicht adäquat beschreibt, und verhilft so zur Entwicklung realistischerer Modelle. Da der Mensch nicht über unbegrenzte Denk- und Rechenfähigkeiten verfügt, ist auch sein Verhalten nur eingeschränkt rational. Obwohl in unserem Zahlenwahlspiel das Gleichgewicht ziemlich leicht zu finden war, sind die meisten Teilnehmer nicht zu einer streng rationalen Analyse vorgedrungen.

Um zu sehen, ob das Gleichgewicht denn vielleicht bei mehrmaliger Wiederholung erreicht wird, haben Colin Camerer und Kollegen am California Institute of Technology in Pasadena sowie John Duffy von der Universität Pittsburgh

(Pennsylvania) und eine von uns (Rosemarie Nagel) das Spiel bis zu zehnmal mit denselben Teilnehmern durchgeführt. Dabei zeigte sich immerhin eine klare Tendenz in Richtung Gleichgewicht. Allerdings konnte in anderen experimentell untersuchten Entscheidungssituationen auch bei häufiger Wiederholung von einer Konvergenz zur rationalen Lösung keine Rede sein.

Dabei sind reale Entscheidungssituationen im allgemeinen noch weit komplexer, so daß eine streng rationale Analyse hier von vornherein zum Scheitern verurteilt ist. Aus diesem Grunde stützen sich Menschen gewöhnlich auf einfachere Überlegungen. Die Struktur dieses eingeschränkt rationalen Verhaltens kann man nur durch empirische Feldforschung oder eben experimentell aufklären.

Gegenüber der bloßen Empirie bietet ein gut geplantes Experiment jedoch einige Vorteile. Über kontrollierbare Parameter erlaubt es, Aufschlüsse über den Hintergrund der Situation und die Zielsetzungen der Handelnden zu gewinnen, die beim bloßen Beobachten realer Interaktionen großenteils verborgen bleiben. Bei einer Auktion läßt sich zum Beispiel nur mutmaßen, was die Gegenstände den Bietern wert sind. In einem Experiment dagegen kann der Versuchsleiter den Teilnehmern diese Werte vorgeben. Einen guten Überblick über die Möglichkeiten und bisherigen Ergebnisse dieser jungen Disziplin gibt das von John Kagel und Al Roth herausgegebene „Handbook of Experimental Economics" (Princeton University Press, 1995).

Ein häufig vorgebrachter Einwand gegen die experimentelle Wirtschaftsforschung ist, daß sich Experten in realen Situationen gänzlich anders verhalten würden als Studenten am Bildschirm im Laboratorium. Bei Experimenten mit Wirtschaftspraktikern agierten diese allerdings keineswegs erfolgreicher. So erhielt Camerer bei einem Zahlenwahlspiel mit Topmanagern praktisch dasselbe Ergebnis wie mit Studenten unter gleichen Versuchsbedingungen.

Andere Kritiker der experimentellen Wirtschaftsforschung behaupten, daß die Ergebnisse von Laborexperimenten nicht auf das Wirtschaftsleben übertragbar seien, weil es dort um viel höhere Geldbeträge geht. Um diesen Einwand zu prüfen, führten Ernst Fehr von der Universität Zürich und Elena Tougareva vom Institut für Psychologie der russischen Akademie der Wissenschaften 1994 in Moskau Arbeitsmarktexperimente durch, bei denen die Teilnehmer in wenigen Stunden zwei bis drei Monatsgehälter verdienen konnten. (Das war möglich, weil das durchschnittliche Monatsgehalt in der russischen Hauptstadt damals nur 17,50 Dollar entsprach.) Das Verhalten dieser Probanden unterschied sich jedoch nicht von dem anderer Versuchspersonen (ebenfalls in Moskau), die nach den üblichen Stundenlöhnen bezahlt wurden.

Die experimentelle Wirtschaftsforschung hatte es anfangs schwer, in der Wirtschaftswissenschaft akzeptiert zu werden. Inzwischen jedoch ist das Laboratoriumsexperiment mehr und mehr zum anerkannten Instrument geworden, das bei der Aufklärung des ökonomischen Verhaltens die empirische Feldforschung sinnvoll ergänzt.

Dr. Selten ist emeritierter Professor für Wirtschaftstheorie an der Universität Bonn und Nobelpreisträger 1994 für Wirtschaftswissenschaften.
Dr. Rosemarie Nagel ist Profesor Visitante am Institut für Wirtschaftswissenschaften der Universität Pompeu Fabra in Barcelona.