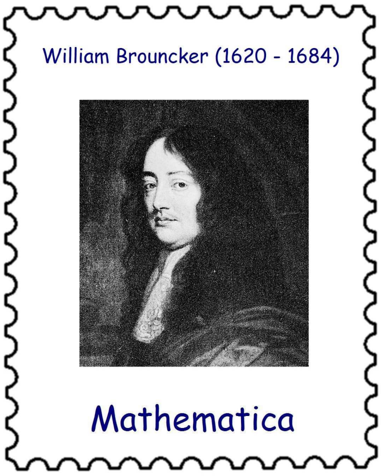
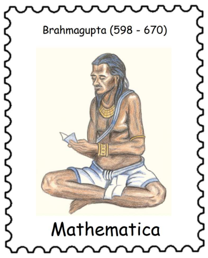
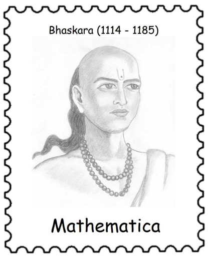
# April 2020

Vor 400 Jahren geboren **WILLIAM BROUNCKER** (1620 – 05.04.1684)



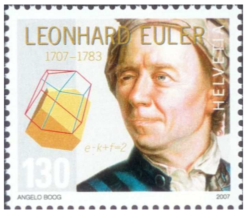

PIERRE DE FERMAT hatte stets großen Gefallen daran, seinen zahlreichen Briefpartnern mitzuteilen, wenn er wieder einmal ein neues Problem gelöst hatte – und dass er gespannt sei, ob auch seine Partner diese Herausforderung bestehen. So gelang es 1657 FERMAT, für Gleichungen des Typs $n \cdot x^2 + 1 = y^2$ mit natürlichen Zahlen $n \leq 150$ jeweils die kleinst-mögliche Lösung zu bestimmen. (FERMAT wusste nicht, dass Gleichungen dieses Typs bereits zuvor von BRAHMAGUPTA und BHASKARA behandelt worden waren.) Sein Pariser Briefpartner FRÉNICLE DE BESSY gab die Information an den englischen Mathematiker JOHN WALLIS weiter, und dieser informierte seinen Freund WILLIAM BROUNCKER. Kurze Zeit später meldete BROUNCKER an WALLIS zurück, dass er ein Lösungsverfahren gefunden habe.




Das BROUNCKER'sche Verfahren veröffentlichte WALLIS zunächst als Anhang zu seinem Werk *Commercium epistolicum* (1658) und später auch im zweiten Band seiner *Opera mathematica* (1693).

Anfang der 1730er Jahre dann beschäftigte sich LEONHARD EULER mit den WALLIS'schen Werken, ordnete aber irrtümlich die Lösungsmethode dem englischen Mathematiker JOHN PELL zu – WALLIS hatte in seinem Werk zwar auch Arbeiten von PELL zitiert, allerdings mit anderen Inhalten. EULER bemerkte den Irrtum nicht; und so schrieb er 1771 im zweiten Teil seiner *Vollständigen Anleitung zur Algebra*: *Hierzu hat vormals ein gelehrter Engländer, namens* PELL, *eine ganz sinnreiche Methode erfunden, welche wir hier erklären wollen.*




Beispielsweise findet EULER eine Lösung der Gleichung $2 \cdot x^2 + 1 = y^2$ durch den Ansatz $2 \cdot x^2 + 1 = (x+p)^2$, also $x = p + \sqrt{2p^2 - 1}$, die für $p = 1$ ganzzahlig ist, d. h., $(x; y) = (2; 3)$ ist eine Lösung. Für $3 \cdot x^2 + 1 = y^2$ führen die Ansätze $y = x + p$ bzw. $y = 2x - p$ zur Lösung $(1; 2)$. Für $5 \cdot x^2 + 1 = y^2$ kann man ansetzen: $5 \cdot x^2 + 1 = (2x + p)^2$, also $x = 2p + \sqrt{5p^2 - 1}$, welches ebenfalls für $p = 1$ zur ganzzahligen Lösung $(4; 9)$ führt, usw.

| MO | DI | MI | DO | FR | SA | SO |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| 27 | 28 | 29 | 30 | | | |


Joseph-Louis Lagrange, der den endgültigen Beweis für die Lösbarkeit von allen Gleichungen dieses Typs führte, berief sich auf Euler, und daher ist seitdem in der Fachliteratur stets die Rede von Pell'schen Gleichungen (in Frankreich von *équations de Pell-Fermat*).

Es gibt keine Dokumente, aus denen hervorgeht, wann genau William Brouncker geboren wurde. Aufgrund der bekannten Lebensdaten hat man 1620 als das vermutliche Geburtsjahr festgelegt. Bekannt ist, dass er in Oxford Mathematik, Sprachen und Medizin studierte, wobei mit Mathematik die Rechenfertigkeiten gemeint waren, die Kaufleute und Handwerker beherrschen sollten.

Williams Vater, der eine wichtige Rolle am Hofe des englischen Königs spielte, musste erleben, wie der absolutistisch regierende Charles I immer größere Probleme bekam, seine Herrschaft aufrecht zu erhalten. Eine Zeit lang versuchte dieser sogar, ohne das Parlament zu regieren, was aber auf Dauer nicht möglich war, da die Mittel für den Kampf gegen die aufständischen Schotten nur vom Parlament freigegeben werden konnten. In dieser finanziellen Notsituation des Königs konnte sich der Vater 1645 den Titel eines *Viscounts* der irischen Provinz Castle Lyons kaufen (wobei er sich selbst – wie böse Zungen behaupteten – finanziell ruinierte). Den neuen Adelstitel trug er allerdings nur zwei Monate lang, dann starb er. William, als der ältere von zwei Söhnen, erbte den Titel und wurde der *Second Viscount of Castle Lyons*.

Sechs Monate danach dankte König Charles I ab; 1649 wurde er hingerichtet, und der Lordprotector Oliver Cromwell übernahm die Herrschaft.

Bis zur Wiedereinführung der Monarchie im Jahr 1660 lebt der Royalist William Brouncker zurückgezogen und widmet sich vielfältigen wissenschaftlichen Studien. Obwohl 1647 von der Universität Oxfort zum Doktor der Medizin promoviert, ist er vor allem an mathematischen Fragen interessiert. 1650 erscheint Brounckers einziges Buch, allerdings nicht unter seinem Namen – als Autor wird *a Person of Honour* angegeben. Es handelt sich um die englische Übersetzung eines posthum veröffentlichten Werks von René Descartes zur Musiktheorie, ergänzt um umfangreiche eigene Überlegungen zum Aufbau einer angemessenen Notenskala.

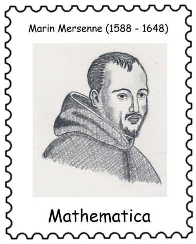
Descartes verfasste seine Abhandlung bereits im Jahr 1618, verfolgte jedoch das Thema nicht weiter. Seit dem Altertum hatten sich immer wieder Musiker und Mathematiker mit den Tonleitern beschäftigt. Bei der *pythagoreischen Stimmung* sind die 12 Töne der Tonleiter durch Aneinanderreihung von reinen Quinten festgelegt (Frequenzverhältnis $3:2$) – aber 12 reine Quinten entsprechen nicht genau 7 Oktaven (Frequenzverhältnis $2:1$), denn $(\frac{3}{2})^{12} \approx 129{,}7 \neq 2^7 = 128$.

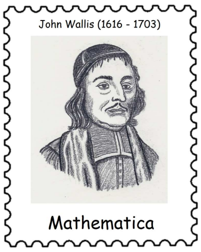

Um 1605 hatte Simon Stevin wohl als erster Europäer erkannt, dass die Halbtonschritte mithilfe des konstanten Faktors $\sqrt[12]{2} \approx 1{,}0595$ einer geometrischen Folge definiert werden müssen, um eine *gleichstufige* Stimmung zu erzeugen.

Ob Stevin dies selbstständig entdeckte, oder erst durch den aus Italien stammenden

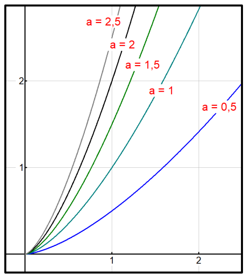

Missionar der Jesuiten und Mathematiker Matteo Ricci (1552–1610) dazu angeregt wurde, lässt sich wohl nicht mehr klären. Der chinesische Gelehrte Zhu Zaiyu hatte 1584 das Halbtonintervall mit 9-stelliger Genauigkeit berechnet, und Ricci hatte dies in einem Bericht erwähnt.

MARIN MERSENNE, der Leiter der *Academia Parisiensis* und Koordinator der vielfältigen Briefkontakte zwischen europäischen Gelehrten, schlug nach der Lektüre der DESCARTES'schen Abhandlung $\sqrt[4]{\frac{2}{3-\sqrt{2}}} \approx 1{,}0597$ als Näherungswert für den konstanten Faktor $q = \sqrt[12]{2}$ vor. BROUNCKER definiert in seiner ergänzten Abhandlung die Notenstufen mithilfe von *artificial numbers*, also durch Logarithmen (von JOHN NAPIER 1614 erfunden). Auch gibt er für ein Intervall von 17 Halbtönen den Faktor $q = \sqrt[17]{\frac{2}{3-\sqrt{5}}} = \sqrt[17]{1+\Phi} \approx 1{,}0582$ an, da er einen Zusammenhang mit der goldenen Zahl $\Phi = \frac{1}{2}\cdot(1+\sqrt{5})$ vermutet.




Kontakte zu JOHN WALLIS nimmt BROUNCKER Ende der 1640er Jahre auf; im Londoner *Gresham College* trifft sich wöchentlich eine Gruppe von Gelehrten, die sich mit philosophischen, naturwissenschaftlichen und medizinischen Fragen beschäftigen. WALLIS, unter der Regierung CROMWELLS zum Professor für Geometrie an der Universität Oxford ernannt, veröffentlicht 1652 das Werk *De sectionibus conicis*, in der er Parabeln, Ellipsen und Hyperbeln mithilfe von Koordinatengleichungen beschreibt.
Diese Schrift regt BROUNCKER an zu einem Ansatz, durch den er die Fläche unter dem Graphen der verschobenen Normalhyperbel bestimmen kann. Es gelingt ihm zu zeigen, dass $\int_0^1 \frac{1}{1+x}\,dx = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{5\cdot 6} + \ldots = (1-\frac{1}{2}) + (\frac{1}{3}-\frac{1}{4}) + (\frac{1}{5}-\frac{1}{6}) + \ldots = \ln(2)$. Und aus der von WALLIS gefundenen Produktdarstellung $\frac{4}{\pi} = \frac{1\cdot 3\cdot 3\cdot 5\cdot 5\cdot 7\cdot \ldots}{2\cdot 4\cdot 4\cdot 6\cdot 6\cdot 8\cdot \ldots}$ (1655) entwickelt BROUNCKER eine Darstellung als Kettenbruch: $\frac{4}{\pi} = 1 + \cfrac{1^2}{2 + \cfrac{3^2}{2 + \cfrac{5^2}{2 + \cfrac{7^2}{2 + \ldots}}}}$.




1659 verbessert BROUNCKER die Methode von WILLIAM NEILE zur Bestimmung der Bogenlänge der algebraischen Kurven, die durch $y^2 = a^2 \cdot x^3$ definiert sind (sog. NEIL'sche Parabeln); in der Grafik rechts sind jeweils nur die positiven Äste dargestellt.
1660 wird BROUNCKER in das verfassungsgebende Parlament gewählt, das für die Wiedereinführung der Monarchie votiert und den Sohn des hingerichteten Königs als CHARLES II wählt. Dieser kennt BROUNCKER noch aus der Zeit, als dessen Vater im Dienste seines Vaters stand; deshalb macht der Viscount bald Karriere am Hof; u. a. wird er zum *Chancellor of Queen Anne* und zum *Keeper of the Great Seal* ernannt.

Die am Gresham College gegründete *Society for the Promoting of Physico-Mathematical Experimental Learning to promote experimental philosophy* wird 1662 vom König als *Royal Society* bestätigt, BROUNCKER zum ersten Präsidenten gewählt. Dieses Amt nimmt der unverheiratete Gelehrte über viele Jahre engagiert wahr. Als er 1677 die Sitzungen nur noch unregelmäßig besucht, wird der Antrag gestellt, einen neuen Präsidenten zu wählen, woraufhin BROUNCKER empört die Sitzung verlässt. Nach seinem Tod erbt sein allseits unbeliebter Bruder HENRY Vermögen und Adelstitel; nach dessen Tod erlischt der Adelstitel.